



Name: _____

Semester: _____

Zentrale Prüfungen 2018 – Mathematik

Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (Abendrealschule)

Prüfungsteil I

Aufgabe 1

a) Ordnen Sie der Größe nach. Beginnen Sie mit der kleinsten Zahl.

$$-0,7$$

$$\frac{7}{100}$$

$$-\frac{1}{7}$$

$$0,17$$

b) Miriam behauptet: „65 % sind mehr als $\frac{25}{30}$.“ Hat Miriam recht? Überprüfen Sie die Behauptung durch eine Rechnung.

Aufgabe 2

In einem Beutel befinden sich 8 rote, 2 blaue und 6 grüne Kugeln.

a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, eine blaue Kugel zu ziehen.

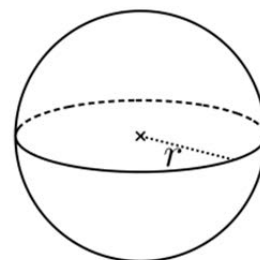
b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Es wird eine rote oder eine grüne Kugel gezogen“.

Aufgabe 3

Eine Kugel hat einen Radius von 6 cm.

a) Berechnen Sie die Oberfläche der Kugel.

b) Sina überlegt: „Wenn ich den Radius verdopple, dann verdoppelt sich auch die Oberfläche.“
Hat Sina recht? Begründen Sie Ihre Entscheidung.





Name: _____

Semester: _____

Aufgabe 4

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem. Notieren Sie Ihren Lösungsweg.

I $3x + 4y = 22$

II $5x - 4y = -6$

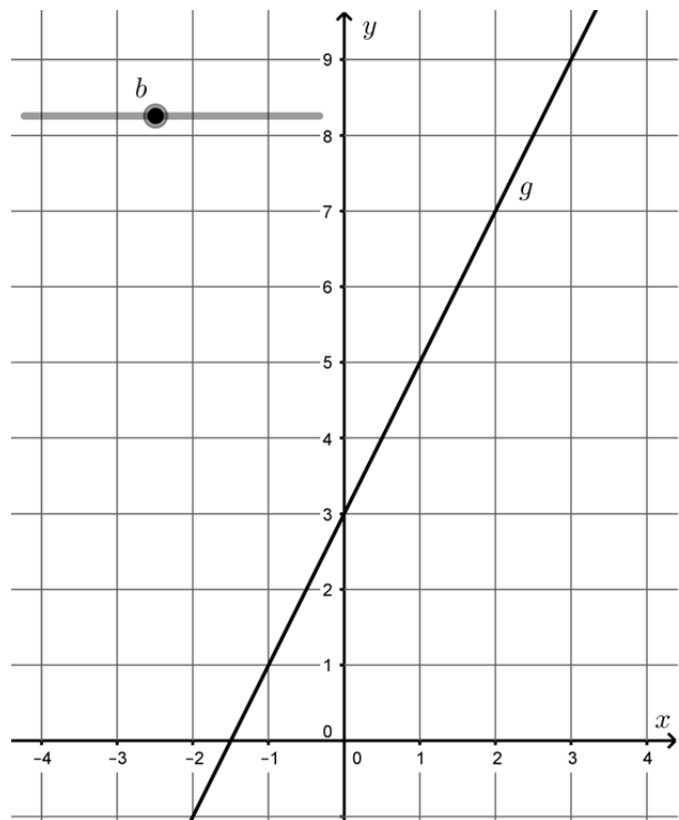
Aufgabe 5

Marlon zeichnet mit einer Geometriesoftware den Graphen g der Funktion $g(x) = 2x + b$.

Er erstellt einen Schieberegler, mit dem er den Wert für b verändern kann.

- a) Der Schieberegler zeigt den Wert für b nicht an.
Geben Sie den Wert für b an.

- b) Marlon stellt für b den Wert 5 ein.
Zeichnen Sie den Graphen in das Koordinatensystem.





Name: _____

Semester: _____

Prüfungsteil II

Aufgabe 1: Fuldatalbrücke

Max und Justus machen einen Ausflug von Frankfurt zur Fuldatalbrücke in Baunatal (Abbildung 1).

Die Freunde gehen zu Fuß zum Bahnhof in Frankfurt. Der Fußweg hat eine Länge von 2,4 km. Sie gehen mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von vier Kilometern pro Stunde [km/h].



Abbildung 1: Fuldatalbrücke
Foto: © Christian Klotz

a) Berechnen Sie, wie viele Minuten die beiden bis zum Bahnhof benötigen.

Die Freunde fahren mit dem Zug um 8:14 Uhr in Frankfurt los und kommen um 11:13 Uhr in Baunatal an. Der abgebildete Graph stellt vereinfacht den Verlauf ihrer Zugfahrt dar (Abbildung 2).

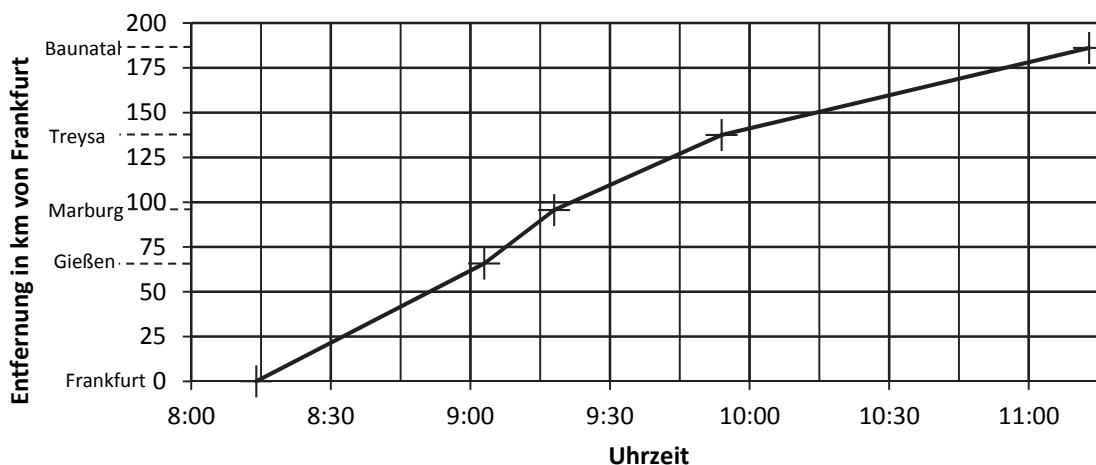


Abbildung 2: Verlauf der Zugfahrt

b) Auf welcher Teilstrecke fährt der Zug mit der höchsten Durchschnittsgeschwindigkeit?
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Um 8:30 Uhr fährt in Baunatal ein Güterzug nach Frankfurt los. Er fährt die Strecke mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 100 Kilometern pro Stunde [km/h].

c) Zeichnen Sie den Verlauf der Fahrt des Güterzugs in die Grafik ein (Abbildung 2). Entnehmen Sie der Grafik den Streckenabschnitt, auf dem sich die beiden Züge begegnen und geben Sie die ungefähre Uhrzeit an.



Name: _____

Semester: _____

Der Zug durchfährt Kurven in Schräglage. Um diese Schräglage zu erreichen, werden die Gleise unterschiedlich hoch verlegt (Abbildung 3). Der Neigungswinkel α darf maximal $7,1^\circ$ betragen.

- d) Max behauptet: „Wenn der Neigungswinkel $\alpha = 7,1^\circ$ beträgt, dann beträgt der Höhenunterschied der Gleise $u \approx 17,7 \text{ cm}$.“

Hat Max recht? Begründen Sie mit einer Rechnung.

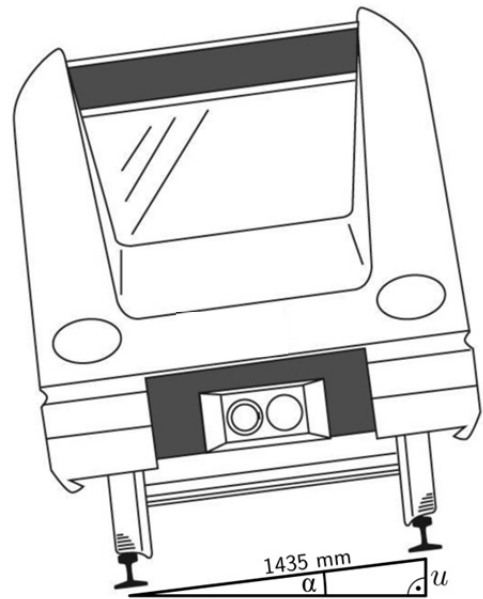


Abbildung 3: Zug in Schräglage

In Baunatal fotografieren Max und Justus die Brücke für den Mathematikunterricht. Der Brückenbogen kann durch eine Parabel g der Form $g(x) = d \cdot (x - e)^2 + f$ angenähert werden (Abbildung 4).

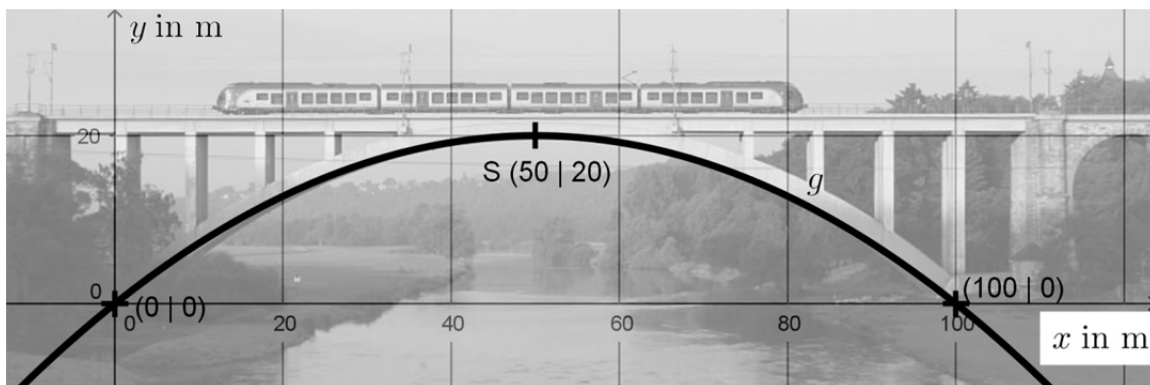


Abbildung 4: Fuldaalbrücke, Brückenbogen durch eine Parabel angenähert, alle Angaben sind in Metern

- e) Begründen Sie, dass die Funktionsgleichung $g(x) = -0,008 \cdot (x - 50)^2 + 20$ geeignet ist, um den Brückenbogen zu beschreiben.
- f) Justus legt den Ursprung des Koordinatensystems in den Scheitelpunkt der Parabel. Geben Sie die veränderten Werte für e und f an. Wie verändert sich der Wert für d ?



Name: _____

Semester: _____

Aufgabe 2: Kaffee

Kaffee ist das Lieblingsgetränk in Deutschland. Im Durchschnitt trinkt jede Person etwa 165 Liter Kaffee im Jahr, davon 5 % aus Pappbechern.

- a) Berechnen Sie, wie viele Liter Kaffee jede Person durchschnittlich im Jahr aus Pappbechern trinkt.

Pro Jahr benutzt jede Person durchschnittlich ca. 34 Pappbecher. In Deutschland leben derzeit ca. 82 Millionen Menschen. Karin behauptet: „Jede Stunde werden in Deutschland ungefähr 320 000 Pappbecher in den Müll geworfen.“

- b) Hat Karin recht? Begründen Sie.

Die obere Öffnung eines handelsüblichen Pappbechers hat einen Durchmesser von 7 cm.

- c) Der Boden einer Sporthalle mit 27 m Breite und 45 m Länge reicht nicht aus, um 320 000 Pappbecher so wie in Abbildung 1 nebeneinander aufzustellen.
Bestätigen Sie dies durch eine Rechnung.



Abbildung 1: Pappbecher nebeneinander aufgestellt

Ein Pappbecher hat die Form eines Kegelstumpfes (Abbildung 2).
Das Volumen des Kegelstumpfes lässt sich mit der folgenden Formel berechnen:

$$V = (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2) \cdot \frac{\pi \cdot h}{3}$$

- d) Der Pappbecher hat folgende Maße:

$$r_1 = 3 \text{ cm}, r_2 = 3,5 \text{ cm} \text{ und } h = 8,5 \text{ cm}.$$

Bestätigen Sie mithilfe der angegebenen Formel, dass das Volumen eines solchen Bechers ca. 280 ml beträgt.

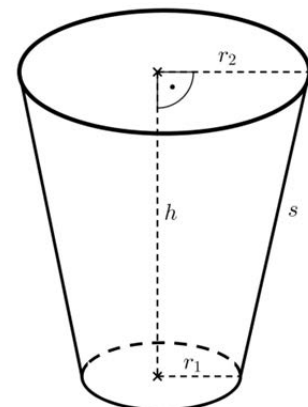


Abbildung 2: Kegelstumpf

- e) Karin berechnet das Volumen näherungsweise mit der Formel für den Zylinder. Als Radius nimmt sie den Mittelwert der beiden Radien des Kegelstumpfes, die Höhe bleibt gleich.
Karin behauptet: „Das Ergebnis weicht um weniger als 1 % vom Ergebnis des Kegelstumpfvolumens ab.“ Hat sie recht? Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung.



Name: _____

Semester: _____

Karin misst die Temperatur des Kaffees zu verschiedenen Zeiten. Sie stellt die Messwerte graphisch dar (Abbildung 3).

Der abgebildete Graph stellt eine gute Näherung für den Abkühlungsprozess dar.

f) Entscheiden Sie, welche Funktionsgleichung zu dem Graphen gehört. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

(i) $T_1(t) = 80 \cdot 0,94^t$

(ii) $T_2(t) = 0,94^t + 80$

(iii) $T_3(t) = 80 \cdot 1,8^t$

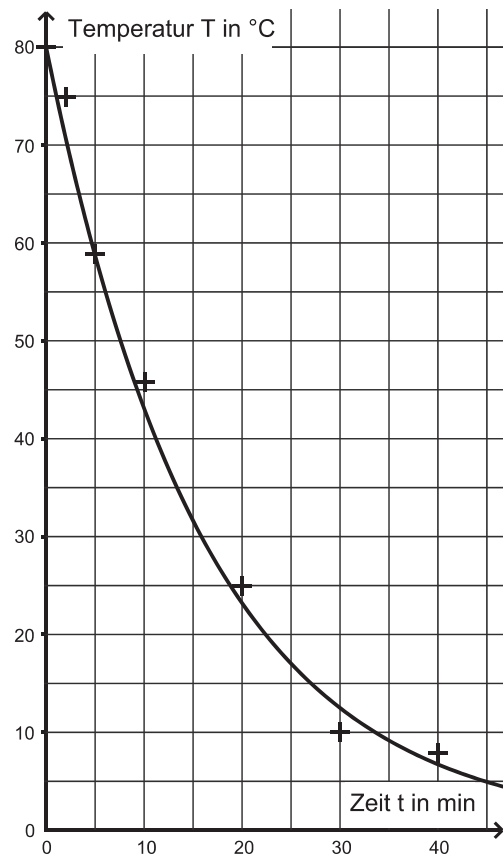


Abbildung 3: Temperatur des Kaffees zu verschiedenen Zeiten



Name: _____

Semester: _____

Aufgabe 3: Sierpinski-Dreiecke

Die Sierpinski-Dreiecke entstehen folgendermaßen (Abbildung 1):

- Das Ausgangsdreieck ist ein gleichseitiges Dreieck (Figur 0).
- Die Mittelpunkte der Dreiecksseiten werden miteinander verbunden. Es entstehen vier kleine gleichseitige Dreiecke. Das mittlere Dreieck wird weiß gefärbt (Figur 1).
- Dieser Vorgang wird für alle schwarzen Dreiecke wiederholt (Figur 2, 3, 4, ...).

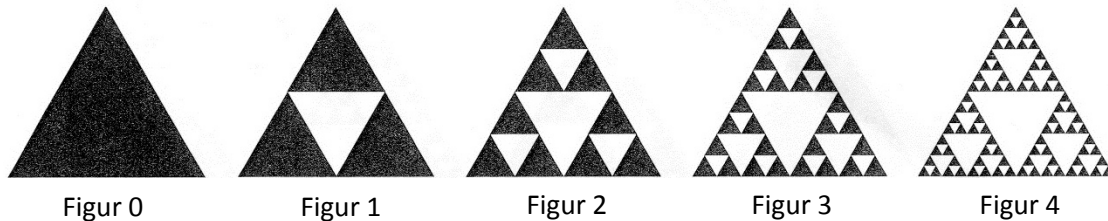


Abbildung 1: Sierpinski-Dreiecke, Figur 0 bis Figur 4

Jede Seitenlänge des Dreiecks in Figur 0 beträgt 10 cm.

- Bestätigen Sie durch eine Rechnung, dass der Flächeninhalt des Dreiecks in Figur 0 $A_0 = 43,3 \text{ cm}^2$ beträgt (Abbildung 2).
- Begründen Sie den folgenden Zusammenhang anhand der Abbildung 1:

Der Flächeninhalt aller schwarzen Dreiecke einer neuen Figur

beträgt $\frac{3}{4}$ der Fläche der schwarzen Dreiecke der vorherigen Figur.

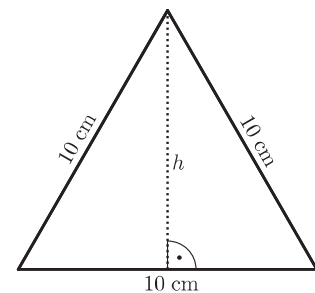


Abbildung 2: Dreieck zu Figur 0

- Der Flächeninhalt A_n aller schwarzen Dreiecke in Figur n kann mit folgendem Term berechnet werden:

$$43,3 \cdot 0,75^n \text{ (in cm}^2\text{)}.$$

Bei welcher Figur n beträgt der Flächeninhalt aller schwarzen Dreiecke zum ersten Mal weniger als 4 cm^2 ? Notieren Sie Ihr Vorgehen.



Name: _____

Semester: _____

Vera berechnet mit einer Tabellenkalkulation die Flächeninhalte der schwarzen Dreiecke.

	A	B	C	D	E
1	Figur	Anzahl der schwarzen Dreiecke	Fläche eines schwarzen Dreiecks [cm ²]	Fläche aller schwarzen Dreiecke [cm ²]	Anteil an der Gesamtfläche
2	0	1	43,300	43,300	1,000
3	1	3	10,825	32,475	0,750
4	2	9	2,706	24,356	0,563
5	3	27	0,677	18,267	
6	4	81	0,169	13,700	0,316
7	5	243	0,042	10,275	0,237
8	6	729	0,011	7,706	0,178

d) Berechnen Sie den fehlenden Wert in Zelle E5. Runden Sie auf drei Nachkommastellen.

e) Betrachten Sie die Zelle D3. Geben Sie eine Formel an, mit der sich der Wert in dieser Zelle berechnen lässt.

f) Die Summe der Flächeninhalte der schwarzen und der weißen Dreiecke ergibt in jeder Figur zusammen 43,3 cm².

Wie entwickeln sich die Flächeninhalte der schwarzen und der weißen Flächen, wenn man die Figuren immer weiter fortsetzt? Beschreiben Sie.